PASS' Ingénieur

CONCOURS PASS' Ingénieur
RAPPORT DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

GÉNÉRALITÉS ET PREMIÈRES REMARQUES SUR LE PROGRAMME

Pour rappel, le programme du concours est consultable sur les pages du site du concours. Il comprend trois parties distinctes, de tailles respectives inégales : probabilités, analyse et algèbre. Les définitions et résultats qui s'y trouvent sont parfois plus spécifiques que ceux que vous pourriez retrouver dans les annales des concours CPGE des filières PC ou MP.
Le contenu du programme du concours Pass'Ingénieur représente en quelque sorte un dénominateur commun des enseignements proposés dans les différentes licences universitaires dont les mentions sont reconnues pour l'inscription au concours. Les connaissances et capacités mathématiques enseignées dans le Secondaire, notamment celles concernant les **probabilités**, sont implicitement au programme du concours. Les candidats doivent donc se préparer à être évalués également sur des contenus abordés en amont de ceux étudiés pendant l'année en cours. De même, on peut souhaiter qu'un futur ingénieur s'appuie sur l'expérience des projets qu'il a menés à bien dans le passé lorsqu'il aborde un nouveau projet.

Les contenus mathématiques sont construits autour de concepts, de techniques de calcul et de méthodes de raisonnement. En complément des notions enseignées en formation universitaire, les modes de raisonnement et les techniques calculatoires, même les plus élémentaires, sont évalués lors de l'épreuve orale de mathématiques du concours Pass'Ingénieur. Se présenter à un tel concours est une très bonne occasion de consolider ses connaissances et de prendre du recul sur sa formation.

Par exemple, on a pu voir au cours de cette session un candidat qui montrait une certaine familiarité avec des techniques d'étude spectrale d'un endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ et qui s'est pourtant retrouvé en difficulté pour représenter géométriquement dans le plan le sous-espace propre de cet endomorphisme engendré par le vecteur $(1,0)$. Autre exemple en analyse : il a été demandé à un candidat de déterminer la nature d'une intégrale impropre $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. Celui-ci ne savait visiblement pas distinguer la définition, la continuité et la dérivabilité de la fonction f sur l'intervalle de bornes a et b. De telles méconnaissances ne permettent pas d'attester une maîtrise suffisante de la démarche scientifique attendue en mathématiques.

Ces manquements se détectent très rapidement au cours de l'échange avec les examinateurs. À l'inverse, ceux-ci apprécient toujours la prestation d'un candidat montrant une rigueur scientifique, même si ses connaissances ne sont pas toujours immédiatement disponibles au moment de l'épreuve. *Voir dans quelle mesure cette dernière remarque est à prendre en compte dans le paragraphe « Remarques de forme sur les prestations des candidats ».*

COMMENT SE DÉROULE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES ?

(Protocole d'évaluation orale en mathématiques)

L'épreuve orale de mathématiques dure une heure.

– À l'entrée du candidat dans la salle, l'examinateur lui remet un énoncé écrit, appelé *sujet majeur*, issu d'une banque commune (tous les candidats de la même filière passant au même horaire ont le même sujet), et constitué de plusieurs questions enchaînées portant sur un ou plusieurs thèmes du programme. La durée de préparation est 30 minutes.

– Le candidat est ensuite invité à exposer au tableau les éléments de réponse sur le *sujet majeur* qu'il a obtenus pendant sa préparation. La durée de l'exposé est de 19 minutes au maximum, idéalement sans interruption. L'examinateur peut demander de manière ponctuelle des précisions au cours de cet exposé, mais le but n'est pas d'installer un échange dans la durée.

– Passé le délai de 19 minutes, l'examinateur dicte à l'oral un nouvel énoncé plus court, appelé *sujet secondaire*, issu lui aussi d'une banque commune, et portant sur d'autres domaines que ceux évalués dans le *sujet majeur*. Le candidat est invité à répondre en direct et le mieux possible aux questions du *sujet secondaire*, qui, par protocole, n'est pas préparé à l'avance. Cette phase d'évaluation est plus propice à un échange avec l'examinateur.

La note finale attribuée au candidat tient compte des qualités dont il a fait preuve pendant son exposé du *sujet majeur* et de celles qu'il a montré une fois le *sujet secondaire* dicté.

Cette épreuve ne s'improvise pas – en particulier dans la forme, puisqu'elle requiert des qualités complémentaires pour être réussie. Malgré quelques réticences de la part de certains candidats, un exposé mathématique passe aussi par l'écriture (et donc la gestion de l'espace) au tableau, même si on n'attend pas une rédaction exhaustive, qui s'apparenterait à celle d'une épreuve écrite. Les candidats ne sont pas obligés de tout écrire au tableau, qu'il est d'ailleurs recommandé d'utiliser de manière équilibrée (à moins d'une demande particulière de l'examinateur) : on évalue ainsi la capacité de synthèse des candidats à cette occasion. Il est déconseillé d'effacer les premières traces écrites trop vite. Si nécessaire, le candidat doit en informer l'examinateur avant la disparition de ces traces.

Il faut bien comprendre que les 19 minutes d'exposé du *sujet majeur* ne sont pas une prolongation du temps de recherche. La demi-heure de préparation est justement prévue à cet effet : elle doit donc être exploitée au maximum pour éviter un malentendu sur le rôle de l'examinateur, qui n'est pas de distribuer des indices ou des pistes supplémentaires, à un moment où son attention se porte sur l'exposé lui-même. C'est surtout pendant la deuxième phase que l'examinateur peut orienter de manière directe ou indirecte la résolution du *sujet secondaire*.

COMMENTAIRES SUR LE CONTENU MATHÉMATIQUE

Si le programme de l'épreuve de mathématiques contient une partie technique indéniable — intégration, suites et séries, modélisation de situations aléatoires, étude spectrale d'un endomorphisme donné sous forme explicite, entre autres, l'épreuve ne se résume pas à intégrer par parties, à appliquer le théorème des probabilités totales ou à calculer les zéros d'un polynôme caractéristique d'une matrice carrée d'ordre 3. La connaissance des notions au programme de cette épreuve est indispensable.

Les examinateurs ont observé cette année une confirmation de la dégradation des connaissances de cours, notamment des définitions. Un futur ingénieur doit être capable de donner une définition précise, correcte et utilisable. Une notice d'utilisation ne saurait, par exemple, s'affranchir de ces critères. Les prestations ne permettant pas d'attester une maîtrise suffisante des définitions attendues ont été évaluées en conséquence. Il en va de même pour celles qui montrent des capacités de calcul lacunaires ou en-deçà des attendus.

Ces observations sont à mettre en parallèle avec une utilisation parfois trop imparfaite, voire impropre, du vocabulaire et des tournures mathématiques. On a pu, par exemple, entendre cette année qu'une « fonction s'annule sur $]-1\,;1[$ en 0 », ou encore qu'on « se place au voisinage de x » lorsque la variable est elle-même notée x . D'autres formulations entendues étaient également fautives ou dénuées de sens, par exemple : « une fonction tend vers une fonction qui tend vers 0 » ou : « une application est stable par combinaisons linéaires », au lieu de : « une application est linéaire ».
Enfin, rappelons qu'aucune définition présentée à l'oral ne peut raisonnablement commencer par « d'après moi », « pour moi » ou encore « selon moi ». L'examinateur cherche à savoir si la définition adoptée par la communauté mathématique et au programme est connue ; il ne veut pas la « définition » du candidat ou de la candidate.

On a perçu cette année une petite amélioration des résolutions des questions en algèbre linéaire, ce qui a été apprécié pendant cette session : la consultation des rapports de session précédents y est peut-être pour quelque chose, ce qu'il convient de continuer à encourager. Néanmoins, pour éviter les hors-sujets ou l'utilisation d'outils non autorisés par le programme du concours (qui circonscrit clairement ce qui est attendu), on rappelle les points suivants.

En algèbre

- Encore trop de candidats se précipitent sur une recette systématique et unique pour déterminer les valeurs propres d'une matrice donnée : la recherche des racines du polynôme caractéristique. Ceci même lorsque la réponse ne nécessite aucun calcul comme pour une matrice triangulaire. Cela pose aussi souci quand on demande les valeurs propres d'un endomorphisme qui n'est pas donné par une matrice. Voire pour répondre à la question suivante : « quel est le sous-espace associé à la valeur propre 0 pour un endomorphisme identiquement nul ? »
- La théorie de la diagonalisation demeure insuffisamment maîtrisée par une part significative des candidats.
- Trop de candidats pensent à tort que si le polynôme caractéristique est scindé, la diagonalisabilité est acquise. Utiliser par exemple le rang pour trouver la dimension d'un espace propre semble hors de leur champ de compétences, même si on a pu voir cette année un candidat brillant jongler avec toutes les techniques de réduction pour optimiser des calculs avec paramètre. Le lien entre espaces propres et noyau d'une certaine matrice semble se faire le jour de l'oral pour trop de candidats, ce qui leur ferme la possibilité de montrer le recul attendu au moment de leur prestation *(cf. paragraphe « Généralités et première remarque sur le programme du concours »).*
- Les définitions d'espace vectoriel et d'endomorphisme ne semblent pas faire partie du bagage de quelques-uns.
- Le théorème de Cayley-Hamilton n'a eu aucun succès cette année : les mathématiciens éponymes de ce résultat semblent évoquer quelque souvenir à certains candidats, mais c'est à peu près tout ce qu'on pouvait attendre de leur part. Le rapport de la session 2027 sera sans doute plus enthousiaste si ce théorème qui – rappelons-le haut et fort – est bien au programme du concours, est un objet d'attention pour les candidats.

En analyse/probabilités

- Les matrices hessiennes et les résultats pour déterminer la nature éventuelle d'un point critique pour une application à n-uplet de variables ne sont pas au programme du concours. La détermination des points critiques étant effectuée, on attend une synthèse de la liste des points réalisant ou non un extremum local en utilisant des outils élémentaires.
- La rigueur dans la détermination de la nature d'intégrales impropres laisse souvent à désirer : les candidats se concentrent uniquement sur le comportement de l'intégrande au voisinage des bornes potentiellement "problématiques".
- On rappelle à cette occasion que la phrase « Il n'y a pas de problème en ... » ne saurait se substituer à l'énoncé précis d'un résultat (définition ou théorème) : cette formulation plus que discutable n'a pas sa place le jour d'une évaluation et elle doit de toute façon être précédée de l'étude de la continuité sur l'intervalle d'intégration.
- En réalité, la vérification explicite de cette classe de régularité doit d'ailleurs être l'introduction de l'étude de toute intégrale, qu'elle soit généralisée ou non.
- Certaines fonctions classiques et leur dérivée sont peu connues, ce qui ne laisse pas de surprendre quand on connaît la part de l'étude des fonctions à variable réelle dans les programmes de mathématiques depuis le Secondaire. On peut faire le même constat sur des connaissances encore plus fondamentales : équivalence entre inégalités, résolutions d'équations du premier degré, …
- Les questions en probabilités clivent beaucoup les prestations des candidats : les réponses entendues oscillent parfois entre leurs « vieux » souvenirs du Secondaire et une maîtrise presque totale des contenus du programme du concours. Ils se posent parfois des questions sur les formulations de l'énoncé, qui est pourtant rédigé avec soin. La signification du "ou" logique n'est pas toujours bien perçue.

REMARQUES DE FORME SUR LA PRESTATION DES CANDIDATS

La phase d'exposé du *sujet majeur* est en général relativement bien menée par les candidats, ce qui est appréciable et ce qu'il convient de souligner. Certains font de réels efforts pendant ce temps de parole, qu'il convient cependant de ne pas étirer de manière artificielle. La tentative de « jouer la montre » est très vite repérée et les candidats, qui pensent leurrer l'examinateur par de vaines stratégies d'évitement, se retrouvent sous un déluge de questions qui met à mal ces stratégies. Leur utilisation est fortement déconseillée, elle n'a pas lieu d'être le jour d'un concours.

Pendant l'exposé, certains candidats attendent un assentiment de l'examinateur pour passer d'une réponse à une autre ou demandent sans retenue s'ils sont sur la bonne voie, voire tentent d'obtenir les bonnes réponses sur les questions qu'ils ont traitées de manière incomplète : ce genre de stratagème pour obtenir des indices est inutile puisque l'examinateur n'émet aucun commentaire sur la qualité de prestation d'un candidat dans l'enceinte d'un concours, et encore moins en sa présence.

Comme lors des sessions précédentes, on peut apprécier et comparer le niveau de préparation des candidats à cette épreuve. Certains, visiblement habitués à réfléchir à haute voix, savent retrouver rapidement, avec méthode et pertinence des connaissances non immédiatement disponibles : ces candidats peuvent sortir de la salle avec la note maximale car ils satisfont à des conditions suffisantes pour s'inscrire dans une démarche scientifique élaborée.

QUELQUES CONSEILS POUR TERMINER

- L'épreuve orale, bien que se passant au tableau, n'est pas une épreuve écrite. On attend des candidats une explication *orale* de leur raisonnement. Il est important de décrire à l'examinateur ce

que l'on va faire et pourquoi on va le faire *avant* de commencer à le faire : ceci montre le recul et la maîtrise que l'on possède.

– Encore une fois, pour se prémunir d'une perte de contrôle pendant une épreuve orale de concours, il faut éviter les impasses : elles ne sont pas acceptables et sont systématiquement sanctionnées, car il s'agit en fait de *lacunes* et elles participent au manque de confiance et au mauvais stress du passage à l'oral.
– Une expression soignée, académique et scientifique accompagne souvent une prestation dont le fond est convaincant. Il convient en particulier d'éviter tout type de tic de langage disgracieux, qui s'entend bien trop souvent hors-contexte. Voir tableau ci-dessous.

Ce qu'il n'est pas souhaitable d'entendre	**Ce qu'il convient de dire**			
« *En gros* »	« **En fait** »	« **En réalité** »	« **Précisément** »	« **Dans le détail** »
« *Du coup* » (version 1)	« **Donc** »	« **Par conséquent** »	« **Alors** »	« **En particulier** »
« *Du coup* » (version 2)	« **D'autre part** »		« **Par ailleurs** »	
« *Genre* »	« **De manière analogue** »		« **De même** » « **Idem** »	