

SOUS LES CHEMISES... LA SYMETRIE

DEROULEMENT DE L'EPREUVE :

25 minutes d'interrogation comprenant :

- La lecture du résumé comportant au maximum 10 lignes,
- La lecture des mots clés (5 maximum),
- Un exposé structuré (10 minutes maximum),
- Des réponses aux questions scientifiques posées par les examinateurs à partir du texte.

Sous les chemises... la symétrie

Serge GALAM

L'ordre apparaît dans la matière par brisure spontanée de la symétrie. Comment l'état collectif d'un système brise-t-il sa symétrie? C'est ce que nous allons voir, à travers une métaphore de chemises et de couleurs.

Le phénomène de brisure spontanée de symétrie est un mécanisme essentiel de la physique des comportements collectifs dans la matière. Il engendre des structures ordonnées, à partir desquelles apparaissent de nombreuses propriétés physiques, inexistantes au niveau de l'atome ou de la molécule isolée. Citons, par exemple, l'aimantation d'un système magnétique (la capacité d'un aimant à attirer un clou), la supraconductivité d'un alliage (la conduction d'électricité sans aucune perte d'énergie), et aussi peut-être, la création de l'Univers (séparation de la matière de l'antimatière, lors du Big Bang).

La brisure spontanée de symétrie marque une transition entre un état collectif de symétrie élevée (comme un

liquide, symétrique par toutes translations et rotations continues) et un état ordonné, de symétrie moindre (comme un cristal, symétrique par rapport à seulement certaines translations et rotations discontinues). Plus communément, cette brisure est responsable des aspects très différents, sous lesquels existe une même et unique substance : ainsi, l'eau peut être liquide, solide quand elle est glace, ou gazeuse quand elle est vapeur. Autre exemple : le fer peut être en phase paramagnétique (les moments magnétiques atomiques sont désordonnés), ou dans la phase ferromagnétique de l'aimant (tous les moments magnétiques atomiques pointent dans la même direction).

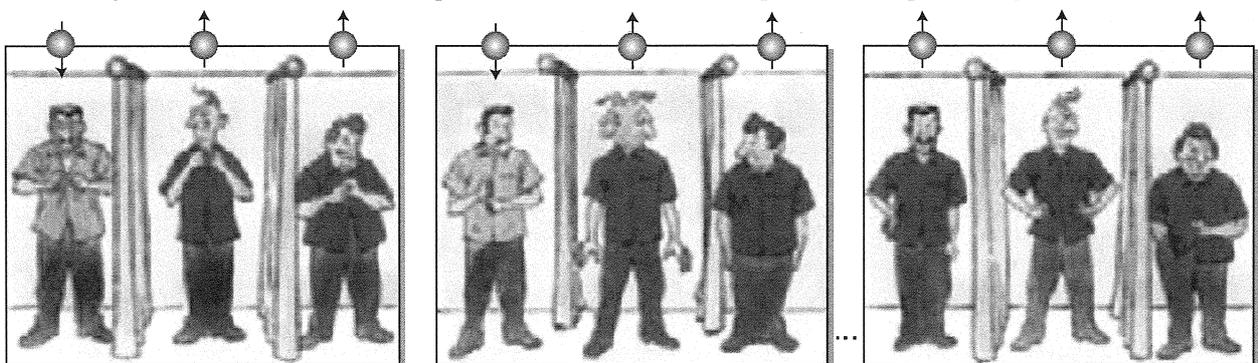
Pour décrire les brisures de symétrie et leur dynamique, utilisons une métaphore sociale : au lieu d'atomes portant

des moments magnétiques, imaginons des individus portant des chemises de couleurs différentes.

La chemise fait le moine

Nous observons le comportement d'une population de N personnes, chacune isolée dans une cabine d'essayage, avec, à sa disposition, une chemise verte et une rouge. Chaque personne choisit la chemise de son goût, sans connaître le choix des autres. Vu de l'extérieur, ce choix est aléatoire, comme l'est le résultat pile ou face du lancer d'une pièce de monnaie. Quand tout le monde a choisi sa chemise, nous examinons l'ensemble constitué des choix de chacun, qu'on appelle une configuration. Chacun pouvant faire deux choix, il existe 2^N configurations possibles. Ce nombre croît très vite avec le nombre N de personnes. D'une dizaine pour $N = 4$ ($2^4 = 16$), il dépasse déjà le million pour $N = 20$ ($2^{20} = 1\,048\,576$) ; songez qu'il y a environ 10^{22} molécules dans un gramme d'eau!

Si N est assez grand, la plupart des configurations ont le même nombre de chemises rouges et vertes (bien que chaque configuration ait la même



1. LA SYMÉTRIE DE COULEURS est brisée dans un groupe de personnes, lorsque ces personnes désirent porter la même couleur que leurs voisins. Chacun choisit la couleur de sa chemise sans connaître le choix des voisins : parmi un grand nombre de personnes, le rouge apparaît aussi souvent que le vert. Le système présente une symétrie de couleur, car échanger le vert en rouge et réciproquement ne modifie pas

l'allure générale de la population. Lorsque chacun observe ses voisins, il révisé son choix, et la couleur s'uniformise. À terme, tout le monde porte du rouge (ou du vert) : la symétrie de couleur est brisée. Cette brisure de symétrie vers un état ordonné reproduit les brisures de symétries d'un ensemble de moments magnétiques atomiques (les spins, représentés par des flèches, *en haut*) vers la phase ferromagnétique.

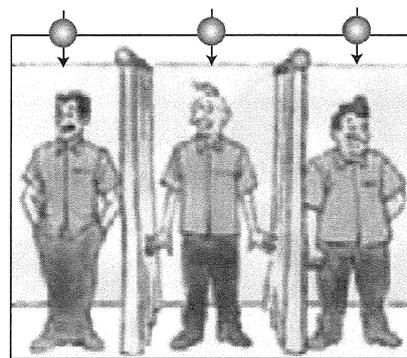
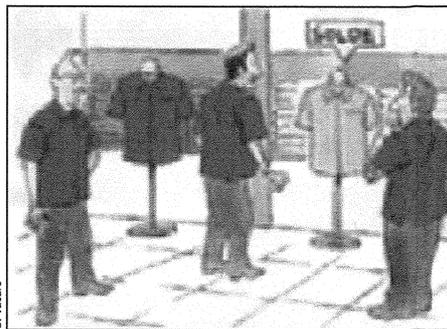
chance d'apparaître) : l'état obtenu est symétrique par rapport à l'échange des couleurs vert et rouge.

Les choix individuels réalisés, nous ouvrons les rideaux entre les cabines : chaque personne voit la couleur de la chemise de ses proches voisins, et seulement de ses voisins. Supposons maintenant que chaque individu ait une tendance extrême à l'imitation, et refermons les rideaux pour permettre à chacun de refaire un choix de couleur : chaque individu souhaite porter la couleur de chemise que la majorité de ses voisins portait et, à partir de ce qu'il a vu, décide de garder la même chemise ou d'en changer. Nous tirons à nouveau les rideaux, et tout un chacun observe ses voisins. De nouveau, nous refermons les rideaux, et une autre réactualisation de couleur se fait, et ainsi de suite un certain nombre de fois.

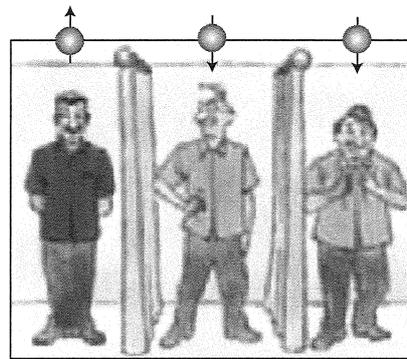
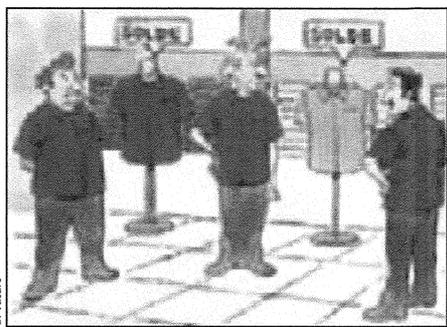
À chaque réactualisation, nous assistons à des changements, apparemment désordonnés et intempestifs, de couleur de chemises. Mais au bout d'un certain temps, soudainement, comme par miracle, tout le monde porte la même couleur. Le phénomène est similaire à l'effet de mode bien connu en sociologie. Détaillons-le : au début, nous voyons se former, de-ci de-là, des petits groupes homogènes d'une seule couleur, certains en rouge, d'autres en vert. Localement, à la frontière de ces groupes, se succèdent des luttes d'expansion d'un groupe au détriment d'un autre, tantôt le rouge, tantôt le vert. Petit à petit, un de ces petits groupes, apparemment comme les autres, se met à croître au-delà de la taille moyenne des autres groupes, et cela, sans qu'on sache pourquoi. Il s'étend, très vite, de façon irréversible, à toute l'assemblée. D'un coup, tout le monde porte la même couleur, et n'en change plus.

Si nous répétons l'expérience, nous retrouverons le même effet d'une couleur unique, mais la couleur collectivement choisie sera tantôt le rouge, tantôt le vert. Autrement dit, l'interaction visuelle entre voisins suffit à produire un ordre de couleur, qui s'étend à l'ensemble du groupe, bien au-delà des proches voisins que chacun voit. L'état collectif est «totalitaire», imposant un seul et unique état pour tout le monde. En même temps, le choix de la couleur semble arbitraire : parfois c'est le vert qui l'emporte, et parfois c'est le rouge, mais dans les deux cas, la symétrie de couleur disparaît.

Ce phénomène d'uniformisation est ce qu'on appelle en physique une brisure spontanée de symétrie. Elle se produit dès que l'on introduit des interactions à



2. BASCULEMENT D'UN SYSTÈME ORDONNÉ VERS UN ORDRE DIFFÉRENT. En baissant le prix des chemises vertes, on introduit du désordre dans une population uniformément vêtue de rouge. Quand la différence de prix est grande, tout le monde choisit le vert. Cette différence de prix équivaut à un champ magnétique dans un système de moments magnétiques.



3. UN DÉSORDRE LOCAL, ÉQUIVALENT À LA TEMPÉRATURE, est introduit dans une population où le rouge est à la mode. Quand les commerçants soldent les chemises vertes ou les chemises rouges, de manière aléatoire dans le temps et l'espace, la couleur dominante reste le rouge, mais il existe de petites fluctuations locales.

courte portée entre éléments de même nature, par exemple, dans un ensemble de moments magnétiques (des spins). À température nulle, tous les spins s'alignent parallèlement, mais dans une direction prise au hasard (c'est le ferromagnétisme). On a donc un effet de propagation spontanée d'un ordre à longue distance (l'alignement des spins), alors que les interactions entre ces mêmes spins ne sont qu'à courte portée. Cet ordre à longue distance permet à la population de spins de minimiser son énergie interne : seuls ces états d'énergie minimale sont autorisés à température nulle, et quand plusieurs sont possibles, le système en sélectionne un, au hasard.

Température et non-conformisme

En physique, l'état d'un système n'est collectif et totalitaire que si sa température reste nulle. Dès qu'elle diffère de zéro, des états auparavant exclus apparaissent de place en place. En d'autres termes, la température favorise un «non-conformisme individuel» et une augmentation des énergies locales. Un

spin peut ainsi s'orienter dans une direction différente de celle de la majorité de ses voisins : on dit que ce spin est «excité». La possibilité qu'un spin soit excité est de nature probabiliste : chaque configuration locale des orientations de spins possède une probabilité d'occurrence, dont l'amplitude dépend de la valeur de la température. Plus précisément, la probabilité d'une configuration locale de spins dont les orientations respectives ne minimisent pas l'énergie interne, voire la maximisent, augmente avec la température, selon une loi décrite à la fin du siècle dernier par Ludwig Boltzmann.

Toutefois ces configurations d'énergie non minimisée ont une durée de vie finie. Autrement dit, la température introduit une dynamique dans la répartition de ces configurations : c'est ce qu'on nomme l'agitation thermique. Cela signifie que ce ne sont pas toujours les mêmes spins qui sont excités au cours du temps : le désordre se déplace, il est «mobile». Il règne donc une compétition constante entre l'ordre collectif, issu de la brisure spontanée de symétrie, et le désordre local produit par la tem-

pérature, la valeur de celle-ci déterminant l'équilibre des deux.

Pour mieux comprendre ce phénomène, revenons à notre monde de chemises à deux couleurs, où la symétrie a été brisée, disons vers le rouge. Dans cet état, plus personne n'achète de chemise verte : le marché est saturé, et les ventes de chemises stagnent. Imaginons que, pour relancer leurs ventes, les vendeurs baissent le prix du vert par rapport au rouge. Naturellement, cette baisse de prix tente quelques clients économes. Mais alors, en portant leur chemise verte, ils doivent assumer une certaine tension avec leurs voisins en rouge, qui critiquent leur «différence». Nous pouvons donc imaginer qu'une personne donnée portera sa chemise verte seulement de temps en temps, pour ne pas être toujours hors norme, tout en faisant des économies. De cette manière, le marché des chemises se porte mieux.

Si le prix du vert baisse encore, la récompense de la marginalité augmente, et le nombre de marginaux croît. Alors, plusieurs chemises vertes, au hasard, se côtoieront, et la tension sociale locale contre le vert diminuera. À mesure que leur nombre augmente, les marginaux perdent leur marginalité. À un certain prix de la chemise verte, il y a assez de gens en vert pour que la tension sociale disparaisse : seul persiste l'intérêt financier, et tout le monde choisit de porter une chemise verte.

Ce phénomène de basculement est une transition de phase du premier ordre. La différence de prix entre les

couleurs est une cause extérieure qui «brise la symétrie» vers une couleur déterminée. Pour un ensemble de spins, cette cause est un champ magnétique uniforme, appliqué dans une direction donnée. Un tout petit champ suffit à déterminer la couleur de tout le monde, mais ce basculement prend du temps : si les vendeurs baissent très peu le prix du vert, le vert s'imposera lentement.

Les vendeurs de chemises ont donc réussi à changer la couleur du groupe, mais leur situation n'est pas très avantageuse : le marché est de nouveau saturé et leur profit est moindre puisque le vert coûte moins cher que le rouge. Pour éviter le basculement précédent, les vendeurs de chemises adoptent une autre stratégie : à partir de l'état saturé, disons en rouge, ils soldent en même temps le vert et le rouge. La symétrie entre les deux couleurs étant maintenue, l'état collectif restera rouge malgré les soldes. En outre, pour toucher une plus large clientèle, les vendeurs changent en permanence les points de soldes. Ainsi, au hasard de ces soldes mobiles, dans l'espace et dans le temps, les gens achètent des chemises des deux couleurs, par économie et par conformisme. Ils portent plus souvent le rouge que le vert, puisque le rouge, majoritaire, reste à la mode. Cette fois, nous observons non pas un basculement d'une couleur vers une autre, mais une atténuation de la couleur dominante ; les couleurs fluctuent. Ces soldes volantes, qui concernent les deux couleurs, ont le même effet que la température.

Tenez votre droite!

Prenons un autre exemple, celui de la conduite automobile. À l'époque des premières voitures, aucun code de la route n'était établi, et la circulation se faisait selon le goût et le bon vouloir de chacun des très rares propriétaires de voitures. On roulait, donc, à gauche, à droite ou au milieu de la route. Lorsque deux voitures se croisaient, les deux conducteurs se mettaient d'accord sur la façon de se contourner mutuellement.

Quand le nombre de véhicules et, avec lui, le nombre de rencontres nez à nez ont augmenté, les chauffeurs ont dû opter pour un sens de circulation systématique, soit à droite, soit à gauche. Le choix était arbitraire quant à son efficacité. La France a choisi la droite, l'Angleterre, la gauche, prouvant bien que l'un et l'autre choix étaient possibles. Par maximiser l'efficacité, la «brisure de la symétrie» individuelle, qui ne concernait à l'origine que quelques voitures isolées, est devenue collective. Nous représentons cette situation par des voies à ligne jaune continue.

Ensuite les voitures ont acquis des vitesses très différentes, et l'impossibilité de doubler a réduit l'efficacité précédente. On est alors passé à la ligne jaune pointillée, qu'on franchit pendant un temps court. On a ainsi rétabli la symétrie d'origine, mais de façon sporadique et transitoire, pour augmenter encore l'efficacité du système ; autrement dit, on a introduit un certain désordre (une température) dans la conduite. Jusqu'à quel degré peut-on introduire ce désordre local dans l'ordre initial? En termes physiques, que se passe-t-il lorsqu'on augmente encore la température?

Dans le cas des chemises, l'analogie de la température est l'amplitude des baisses simultanées de prix sur le rouge et le vert, par rapport au prix de référence. Pour de petites baisses, les gens continuent de porter préférentiellement la couleur dominante. Quand la baisse est importante, ils portent les deux couleurs indifféremment, et aussi souvent l'une que l'autre : les fluctuations de couleurs sont devenues énormes. Dans ce cas, le système a subi une autre transition de phase : la symétrie initiale entre les couleurs a été rétablie collectivement. Cette transition est qualifiée du deuxième ordre, parce qu'au lieu du basculement brutal dans l'état collectif du système (transition du premier ordre), le changement s'est fait de façon continue, avec beaucoup de fluctuations.



4. LA CIRCULATION AUTOMOBILE EST UN AUTRE EXEMPLE DE BRISURE DE SYMÉTRIE. Au début de l'histoire de l'automobile, les véhicules étaient rares, et le sens de circulation importait peu. Quand le nombre de voitures a augmenté, on a séparé la chaussée en deux, chaque côté étant destiné à un sens de circulation : la symétrie gauche-droite a été brisée. Bientôt, il a fallu assouplir la séparation, pour permettre aux véhicules rapides de dépasser les véhicules lents : la symétrie est brisée, mais des fluctuations locales existent.

Après la transition, la répartition des couleurs est de nouveau équilibrée (la symétrie n'est plus brisée) et nous avons obtenu une phase désordonnée. Dans une telle phase, les corrélations de choix de couleur entre les individus n'ont pas disparu pour autant : il existe toujours une tendance locale à l'uniformisation, mais cette tendance ne se propage plus à toute la population. Le désordre est maximum. Dans le cas des voitures, le désordre maximal produirait un grand nombre d'accidents et bloquerait toute la circulation.

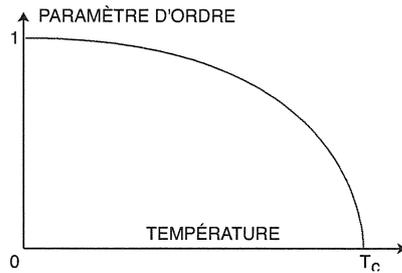
Quelle est la différence entre une phase ordonnée contenant du désordre local (où la brisure de symétrie persiste) et une phase désordonnée (sans symétrie brisée)? Pour voir cette différence, il suffit d'inverser les «couleurs» de chaque individu de la population : si la couleur d'ensemble change (en passant d'un excès de rouge à un excès de vert, ou vice versa), c'est que la symétrie est brisée ; si elle reste globalement la même (mi-vert, mi-rouge), alors la symétrie n'est pas brisée et la phase est désordonnée.

Les phénomènes critiques

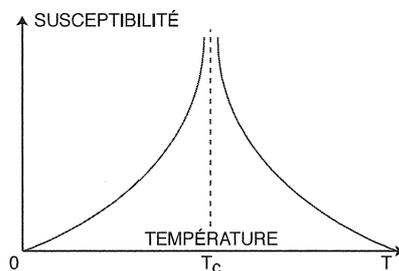
Les physiciens ont coutume de mesurer le degré de la brisure de symétrie par un paramètre, le paramètre d'ordre, qui vaut un lorsque l'ordre est total, c'est-à-dire à température nulle. À mesure que la température augmente, le paramètre d'ordre décroît vers zéro, d'abord lentement, puis de plus en plus vite ; il s'annule à une certaine valeur T_c de la température, dite température critique, caractéristique du système. Au-delà de la température critique T_c , le paramètre d'ordre reste nul (la phase est désordonnée), quelle que soit la valeur de la température (voir la figure 5). Toutefois, en appliquant un champ extérieur, on peut imposer un ordre au système.

Dans le cas des chemises, le paramètre d'ordre est égal au nombre de chemises rouges moins le nombre de chemises vertes, divisé par le nombre total d'individus : ce nombre vaut +1 si toutes les chemises sont rouges. Les soldes volants sur les deux couleurs le font décroître de +1 vers 0, qu'il atteint pour une certaine baisse critique des prix : ces soldes jouent le rôle de la température. Une baisse globale du prix des chemises vertes fait basculer le paramètre à la valeur -1, à la manière d'un champ extérieur.

Pour des transitions du deuxième ordre, à des températures T inférieures à



5. COURBE DU PARAMÈTRE D'ORDRE en fonction de la température. Dans un ferromagnétique, le paramètre d'ordre est la valeur de l'aimantation divisée par l'aimantation de saturation. Sous la température critique T_c , le paramètre d'ordre atteint rapidement la valeur 1.



6. COURBE DE LA SUSCEPTIBILITÉ en fonction de la température. Elle caractérise la réaction d'un système à une force extérieure, par exemple la manière dont un ferromagnétique s'aimante dans un champ magnétique : celui-ci s'aimante spontanément à la température critique T_c et sa susceptibilité diverge.

T_c , le paramètre d'ordre est proportionnel à une puissance de l'écart entre la température T et la température critique T_c , c'est-à-dire à la quantité $(T_c - T)^\beta$, où β est un exposant critique. Il a été remarquable de constater, et de prouver, que ce comportement en loi de puissance est universel : la valeur de β est identique pour un grand nombre de systèmes physiques de nature très différente, comme un liquide à son point d'ébullition ou un aimant qui chauffe au point de perdre son aimantation. En revanche, la valeur de T_c , elle, varie d'un système à l'autre. Le caractère d'universalité réside donc dans l'aspect «comportement collectif» du système, et non pas dans ses «propriétés intrinsèques», telles que la nature de ses interactions. D'ailleurs certains physiciens tentent aujourd'hui d'étendre cette universalité des transitions de phase à certaines classes de phénomènes sociaux et économiques.

Au point précis où le paramètre d'ordre s'annule, il se passe des choses surprenantes : chaque élément du système est corrélé, c'est-à-dire en commu-

nication, avec tous les autres éléments du même système, et ce même dans un système de taille infinie. En changeant de couleur, chaque individu influence donc tous les autres. Nous assistons alors à des fluctuations géantes de couleur, en même temps qu'à des fluctuations minuscules. Cette coexistence d'une multitude d'échelles de longueur produit une «invariance d'échelle» : quel que soit le grossissement auquel nous l'observons, le phénomène semble être toujours identique. C'est comme si nous regardions un paysage à l'œil nu, au microscope, ou avec un zoom géant, et que l'image ne changeait pas!

L'invariance d'échelle se manifeste expérimentalement. Par exemple, à toutes les échelles d'un liquide à son point critique, les fluctuations de densité engendrent le phénomène expérimental de l'opalescence critique : le liquide diffuse tant la lumière, qu'il semble s'illuminer tout entier.

De plus, lorsque la température s'approche du point critique, qu'elle lui soit supérieure ou inférieure, le système réagit massivement à toute perturbation extérieure qui voudrait briser sa symétrie. Par exemple, un tout petit champ magnétique aligne dans sa direction tous les spins d'un morceau de fer. Autrement dit, lorsqu'une petite perturbation extérieure brise la symétrie, le nombre d'individus susceptibles de réagir à cette perturbation est infini. En d'autres termes encore, la fonction réponse du système, ou susceptibilité, devient infinie au point critique (voir la figure 6). La manière dont la susceptibilité diverge en T_c est une nouvelle propriété d'universalité, similaire à celle du paramètre d'ordre : au voisinage de T_c , et de part et d'autre, la susceptibilité diverge comme $(T_c - T)^\gamma$. La valeur de l'exposant γ , différente de celle de β , est, elle aussi, universelle : elle est identique pour une classe de systèmes physiques de différentes natures.

La vente des chemises s'intègre-t-elle à la classe d'universalité des systèmes magnétiques? La question, qui d'ailleurs n'a jamais été posée, est encore ouverte, de même que pour la valeur de l'exposant β ...

Serge GALAM est chercheur CNRS au Laboratoire des milieux désordonnés et hétérogènes de l'Université Paris 6.

Kenneth WILSON, *Les phénomènes de physique et les échelles de longueurs*, Pour la Science, n° 24, octobre 1979.
