

COMMENTAIRES GÉNÉRAUX

Les oraux ont eu lieu les 29 et 30 mai 2021 à Chimie ParisTech (Paris) et les 5 et 6 juin 2021 sur le site de l'ENSIACET (Toulouse). Sur les 191 candidats admissibles, à cette épreuve (filières maths-Informatique et Maths-Physique), 55 % des candidats se sont présentés à l'épreuve de mathématiques.

En 2020, le contexte sanitaire n'ayant pas permis l'organisation d'épreuves orales, aucun rapport n'est disponible pour cette session.

À l'issue des épreuves, la moyenne des notes attribuées à l'ensemble des candidats concernés est de 9,9 avec un écart type de 4,2. Les épreuves d'admission ont ainsi rempli leur rôle de classement des candidats.

Les prestations des candidats de cette année reflètent en grande majorité les dégâts causés par les confinements successifs auprès des étudiants de l'université qui n'ont quasiment pas eu de cours en présentiel de l'année. Les limites de l'enseignement à distance sont évidentes par rapport aux années précédentes quant à l'assimilation des notions au programme. Toutefois, certains ont réussi à assimiler des notions suffisantes pour parvenir au niveau du concours.

Rappelons que le programme de mathématiques comporte deux parties : la partie 1 commune aux candidats des filières Mathématiques-Physique et Mathématiques-Informatique, à laquelle s'ajoute la partie 2 pour ceux ayant opté pour la filière Mathématiques-Informatique.

La partie 1 comporte de l'analyse, de l'algèbre et des probabilités dans le cadre d'univers finis. La partie 2 est essentiellement un complément en analyse comportant notamment les intégrales dépendant d'un paramètre, les suites et séries de fonctions et leurs divers types de convergence, les séries de Fourier.

L'épreuve d'admission en mathématiques se déroule en deux temps bien distincts.

Une fois que le candidat a franchi le pas de la salle d'examen, son temps d'épreuve est réparti comme suit :

- 30 minutes de préparation personnelle (sans calculatrice) sur les questions d'un sujet remis par l'examineur ;

- 30 minutes d'exposé et d'échange avec l'examineur : réponses du candidat, voire prolongements des questions. Pendant ces 30 minutes, le candidat a tout le loisir de consulter ses notes écrites pendant le temps de préparation.

Un sujet est constitué de deux petits exercices portant sur des thèmes différents et complémentaires, dont le contenu et les notions évaluées **respectent strictement le cadre défini par le programme du concours**. Il convient d'insister sur ce point car un candidat utilisant une notion hors programme pour répondre aux questions posées sera invité à proposer une autre méthode, sous peine d'annulation de ses réponses. On remarque que, comme les années précédentes, certains candidats se présentent au concours **sans avoir pris le temps de consulter le programme en vigueur**. Il est essentiel d'en prendre connaissance. Le programme est accessible directement via le site du concours.

REMARQUES SUR LES COMPÉTENCES À L'ORAL

Un oral n'est pas un « écrit parlé ». Par conséquent, il est **inutile de tout rédiger au tableau** pendant l'exposé, ce que nombre de candidats semblent avoir compris.

Donnons trois illustrations typiques d'une prestation orale en mathématiques.

- Pour le calcul d'un déterminant, le candidat peut expliquer les combinaisons de lignes ou colonnes qu'il a été amené à effectuer sur le déterminant et n'écrire que certaines étapes de calcul au tableau.
- Au moment de l'application d'un théorème, le candidat peut à l'oral indiquer précisément les hypothèses à vérifier avant de s'engager dans leur vérification effective.
- De manière générale, il est apprécié que le candidat annonce sa démarche et explicite les initiatives qu'il a dû prendre pour répondre aux questions du sujet.

Il est important de maintenir un équilibre entre écrit et oral : cela permet en particulier de dynamiser la prestation des candidats en manque de confiance.

Si un candidat a fait l'impasse sur le thème d'un des deux exercices et même s'il résout correctement l'autre exercice, sa prestation sera considérée comme passable voire médiocre.

Les candidats doivent par ailleurs être attentifs aux indications et remarques de l'examineur : son principal rôle est certes d'évaluer la prestation des candidats, mais il est aussi là pour les aider et les encourager dans leur réflexion. Rappelons que **les qualités d'écoute et de réactivité** sont évaluées au cours d'un oral.

Cette année, les candidats étaient rarement hermétiques aux sollicitations de l'examineur. La plupart étaient aux aguets du moindre indice fourni, tandis que d'autres faisaient preuve d'une passivité excessive, ce qui pénalisait systématiquement leur prestation. Certains – trop rares – étaient au contraire très autonomes, prenaient des initiatives et n'hésitaient pas à verbaliser leur pensée en mouvement, ce qui est toujours apprécié. Pour parvenir à cette aisance à l'oral, il est nécessaire de **maîtriser les techniques de base et le vocabulaire scientifique**.

COMMENTAIRES SUR LE CONTENU MATHÉMATIQUE

- Des notions de base ne sont pas comprises ou même connues, parfois par des candidats étudiants en L3 qui ne connaissent pas le contenu des notions explicitées dans le programme du concours (enseignements de L1 ou L2 non revus).
- Les calculs élémentaires ne sont pas toujours maîtrisés : calculs sur les fractions, sur les puissances, sur la dérivée d'un quotient, ce qui n'est pas admissible à ce niveau de recrutement.
- Les questions plus ouvertes qui ne font pas appel directement à une technique bien identifiée posent des difficultés, par exemple : « cet endomorphisme est-il diagonalisable ? » Face à un problème de ce type, l'étudiant doit proposer des pistes, mettre en œuvre des modes de raisonnement adaptés et les outils les plus efficaces.
- Sur certains sujets, les candidats sont complètement désarmés et ne savent pas comment aborder des exercices moins classiques. Les mêmes se réfugient derrière des méthodes et savoir-faire appris par cœur et sont incapables d'évoquer un début de justification des techniques existantes.
- On interroge heureusement des candidats qui savent résoudre des exercices classiques et montrer une pratique mathématique suffisante pour obtenir une bonne note à cette épreuve.

Les 30 minutes d'exposé et d'échange permettent de s'assurer de la consistance et de la robustesse des compétences (et de la préparation) du candidat. Des questions de cours (restitution d'un résultat, idée d'une démonstration, ...) en lien avec le sujet posé sont systématiquement posées au candidat.

PARTIE 1

ALGÈBRE

- La notion d'espace vectoriel n'est pas toujours comprise : montrer qu'une famille est libre ou qu'un sous-ensemble est un espace vectoriel se limite à de la technicité (apprentissage de méthodes sans vraiment comprendre ce qu'elles expriment).
- En algèbre linéaire, les techniques de calcul sont bien appliquées en général (réduction des endomorphismes si on reste sur un exercice classique) mais :
 - le terme « endomorphisme » est parfois inconnu ou partiellement su. La propriété de linéarité n'est même pas évoquée dans plus de la moitié des prestations ;
 - les projections et symétries ne sont pas reconnues par les relations respectives $p^2 = p$ et $s^2 = \text{Id}$;
 - les résolutions de systèmes à paramètres ne sont pas maîtrisées, alors qu'elles sont nécessaires pour déterminer par exemple une famille génératrice du noyau d'une application linéaire.
- Concernant la réduction des endomorphismes, on constate que la notion de valeur propre n'est pas connue de la plupart des candidats. Le polynôme caractéristique est certes un moyen de les déterminer mais cela ne suffit pas pour savoir ce qu'elles sont : leur exploitation algébrique est alors impossible, de même que leur utilisation pour déterminer des vecteurs ou des espaces propres.

ANALYSE

- Certains candidats ne savent pas appliquer le théorème d'intégration par parties ou utiliser un changement de variable pour le calcul d'une intégrale.
- Les énoncés des théorèmes et surtout leurs hypothèses, sont restitués approximativement : on observe de grandes faiblesses à ce niveau cette année.
- Dans les exercices faisant intervenir un ou plusieurs paramètres, l'analyse et l'approche sont souvent mal gérées, les candidats ayant des difficultés à envisager les différents cas de façon rigoureuse.

Intégrales généralisées

On constate de mauvaises connaissances de base pour les intégrales généralisées. Un certain nombre de candidats prétendent que la continuité sur l'intervalle suffit pour garantir l'existence de l'intégrale.

Séries entières

Un certain nombre de candidats prétendent n'avoir jamais étudié les séries entières ou même les séries numériques.

On constate des difficultés pour calculer la somme d'une série à partir de séries connues.

Fonctions de deux variables

Montrer la continuité ou la dérivabilité partielle en un point, comme $(0,0)$, est une réelle difficulté (définitions inconnues de certains candidats), même dans des cas simples.

La définition de fonction de classe C^1 est connue d'un nombre trop faible de candidats. Calculer les dérivées partielles d'une fonction composée (notamment lors d'un changement de variables) est, cette année encore, source de difficultés parfois insurmontables.

Équations différentielles

Contre toute attente, c'est la partie du programme que les candidats semblent redouter le moins : pensant qu'il suffit d'appliquer des recettes clé en main. Malheureusement, ils ont la plupart du temps le plus grand mal à interpréter les résultats obtenus par « calcul aveugle » (notamment pour contrôler leur vraisemblance). Il est souvent impossible d'obtenir des candidats au moins l'idée de l'origine de ces recettes, ce qui ne donne pas une bonne impression des qualités de démarche scientifique attendues en école d'ingénieur.

PROBABILITÉS

Le niveau de connaissances en probabilités défini par le programme est très modeste. Cependant, on constate que les candidats négligent à tort cette partie du programme dans leur préparation alors qu'il est relativement facile de réaliser une bonne prestation avec les énoncés proposés dans ce domaine, qui évalue en particulier les capacités de modélisation des candidats.

PARTIE 2

Séries de fonctions

Les définitions et théorèmes sont connus approximativement et les méthodes sont même parfois inconnues des candidats.

Séries de Fourier

Il est facile de montrer une familiarité des techniques et résultats dans ce domaine, ce qui valorise d'autant la prestation d'un candidat à l'aise avec ces séries.

Intégrales dépendant d'un paramètre

Cette année, il a été impossible d'obtenir des candidats un énoncé correct de résultat permettant de montrer la continuité ou la dérivabilité d'une fonction d'une intégrale dépendant d'un paramètre. La difficulté essentielle des candidats portait sur leur ignorance de ce type d'objet.

CONSEILS SPÉCIFIQUES POUR L'ÉPREUVE ORALE

Les conseils qui suivent peuvent compléter la préparation des candidats pour cette épreuve.

- Il paraît cohérent pour de futurs ingénieurs de faire un effort de présentation le jour de l'oral (courtoisie, tenue vestimentaire, ...).
- Les 30 minutes de préparation au brouillon sont importantes et doivent être gérées avec une attention particulière.
- Sont valorisées les attitudes dynamiques, volontaires, autonomes, ouvertes, réactives. L'honnêteté est appréciée par l'examineur alors que les tentatives de bluff sont automatiquement repérées et suivies d'une avalanche de questions.
- Si, au cours de l'oral, les questions de l'examineur portent sur un point sensible, qui peut être par exemple la révélation d'une fausse idée ou d'une fausse représentation de la part d'un candidat (ce qui est courant en mathématiques), celui-ci doit faire preuve d'écoute et tirer clairement et rapidement les conclusions qui s'imposent, qualité typiquement visible à l'oral.

Par ailleurs, il est conseillé de :

- connaître le programme de l'oral du concours, surtout si le candidat est en L3 ;
- consulter le site du concours <http://passingenieur.scei-concours.fr/>, sur lequel les candidats pourront en particulier trouver **deux exemples de sujets de mathématiques entièrement corrigés** ;
- travailler des exercices classiques sur chacune des parties du programme et bien sûr connaître les définitions et les théorèmes importants ;
- s'assurer d'avoir une bonne technicité dans les calculs ;
- être capable de prendre du recul pour exploiter ses connaissances et montrer ses capacités d'analyse.