SUJET

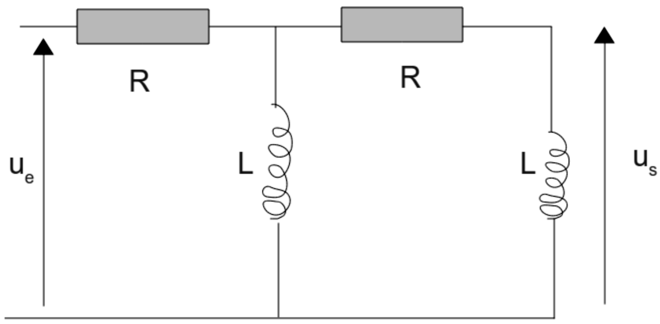
Filtre ADSL

Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences divisée en deux parties : les signaux téléphoniques (transmettant la voix) utilisent les fréquences de 0 à 4 kHz ; les signaux informatiques (Internet) utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

1. Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux informatiques ? Quelle fréquence de coupure f_c peut-on choisir ?

2. Déterminer la nature du filtre ci-contre grâce à son comportement à basse fréquence et à haute fréquence.

3. Expliquer comment calculer la fonction de transfert de ce filtre (le calcul complet n'est pas demandé).



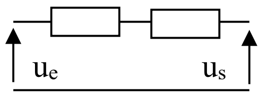
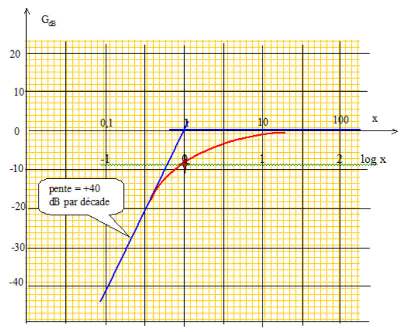
4. La fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$\underline{H}(x) = \dfrac{-x^2}{1 + 3jx - x^2}$ avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ et $\omega_0 = \dfrac{R}{L}$.

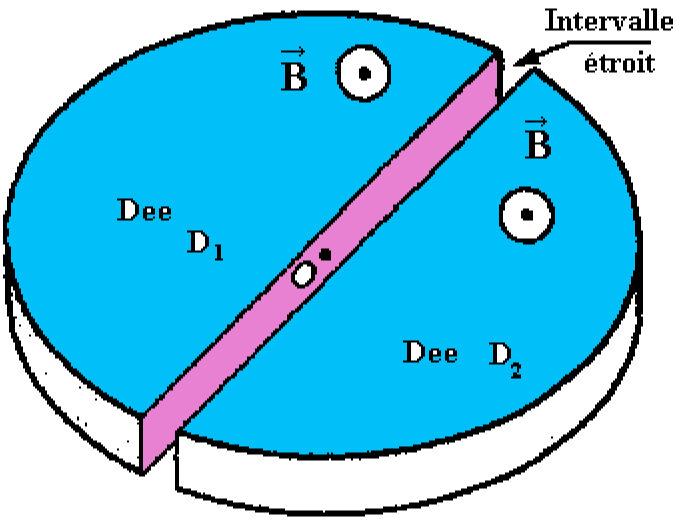
Tracer, en justifiant, le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre (gain et phase).

Esquisser l'allure de la courbe réelle de gain après avoir calculé le gain pour x = 1.

CORRIGE

Filtre ADSL	10
1. Pour récupérer seulement les signaux informatiques il faut un filtre passe haut. La fréquence de coupure f_c doit se trouver entre 4 kHz et 25 kHz On peut par exemple prendre le milieu soit ½ (4 + 25) soit environ 15 kHz. (Il est plus judicieux de considérer le milieu en échelle logarithmique : ½ (log 25000 + log 4000) = ½ log(25x4x10^6) = 4. La fréquence est alors $\boxed{f_c = 10^4 = 10 \text{ kHz}}$)	2
2. Comportement asymptotique. $f \to 0$ bobine équivalente à un fil : $u_s = 0$ (tension nulle aux bornes d'un fil). $f \to \infty$ bobine équivalente à une ouverture  $u_s = u_e$. On a donc un filtre passe haut qui convient pour les signaux informatiques.	2
3. Calcul de $\underline{H}$ …. 2 ponts successifs ou Théorème de Millman … $\dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_1}} = \dfrac{jl\omega}{R + jl\omega}$ puis $\dfrac{\underline{u_1}}{\underline{u_e}} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{R}{Z_{eq}}}$ et $Z_{eq} = \dfrac{(R + jl\omega)\, jl\omega}{R + 2jl\omega}$ … $\dfrac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \dfrac{-L^2\omega^2}{-L^2\omega^2 + R^2 + 3RjL\omega}$ …	2
3. La fonction de transfert permet d'obtenir : Si x tend vers 0 : $\underline{H}(x) \approx \dfrac{-x^2}{1}$; $G = x^2$ et $g_{DB} = 20 \log G \approx 40 \log x$. g_{dB} est équivalent à 40 log x représenté par une droite de pente 40 dB par décade. Si x tend vers l'infini, $\underline{H}(x) \approx \dfrac{-x^2}{-x^2} = 1$; G tend vers 1 et g_{dB} tend vers 0 : asymptote horizontale. 	3
4. Si x = 1 : g_{dB} = -10 log 9 = -9,5 dB. On en déduit l'allure du diagramme réel en gain.	1

SUJET



<u>Un cyclotron</u> sert à accélérer des particules chargées, des protons par exemple. Ces particules permettent de réaliser des expériences de Physique nucléaire dans le but d'explorer le noyau atomique. Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux D_1 et D_2 dénommés "dees" et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme à règne à l'intérieur des "dees", sa direction est parallèle à l'axe de ces demi-cylindres. Un champ électrostatique E variable peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les dees.. Il permet d'augmenter la vitesse des protons à chaque fois qu'ils pénètrent dans cet intervalle. On l'obtient en établissant une tension alternative sinusoïdale de valeur maximale U_M et de fréquence N entre les "dees".

Dans un cyclotron à protons, on donne :

- la valeur du champ magnétique uniforme dans les "dees" B= 1,0 T ;
- la valeur maximale de la tension alternative sinusoïdale que l'on établit entre les " dees" : $U_M = 2{,}00.10^3$ V.

a) En admettant que dans un « dee » le mouvement d'un proton est circulaire, montrer alors qu'il est uniforme. On négligera le poids par rapport à la force magnétique. Etablir le rayon R de la trajectoire.

b) Exprimer littéralement le temps Δt mis par un proton pour effectuer un demi-tour. Ce temps dépend-il de la vitesse du proton ? Calculer sa valeur numérique.

c) En déduire la valeur de la fréquence N de la tension alternative qu'il faut établir entre les dees pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée de l'intervalle entre les dees. Le temps de traversée de cet intervalle est négligeable.

d) Calculer l'énergie cinétique transmise au proton lors de chacune de ses accélérations entre les dees.

e) La vitesse v_0 d'injection du proton étant négligeable, on désire que sa vitesse atteigne la valeur v = 20000 km.s^{-1}. Calculer le nombre de tours que le proton devra décrire dans le cyclotron.

f) A quel rayon ces protons seront-ils alors extraits en admettant qu'ils sont injectés en A à proximité immédiate du centre O ?

On donne masse du proton $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; charge élémentaire : $e = 1{,}60.10^{-19}$ C .

CORRIGE

---

a) Pour montrer que le mouvement est uniforme, il suffit de remarquer que la force de Lorentz est perpendiculaire à la trajectoire donc ne travaille pas .
Le rayon de la trajectoire circulaire vaut $R = mv/q.B = m_p.v_o /e.B$.

b) Puisque le mouvement est circulaire uniforme, le temps t mis pour effectuer un demi-tour est :
t = distance/ vitesse = $\pi R /vo$ d'où $\Delta t=\pi.m_p.v_o/eB.v_o$ soit $\Delta t = \pi.m_p/e.B$.
Ce temps est indépendant de la vitesse du proton ou, en d'autres termes, chaque demi-tour est décrit pendant le même temps t. C'est la propriété fondamentale du cyclotron.
$\Delta t = 3,14 . 1,67.10^{-27} / 1,60\text{-}10^{-19}.1 = 32,8$ ns .

c) $N = 1/2\Delta t = 1 ,52.10^{7}$ Hz = 15,2 MHz.

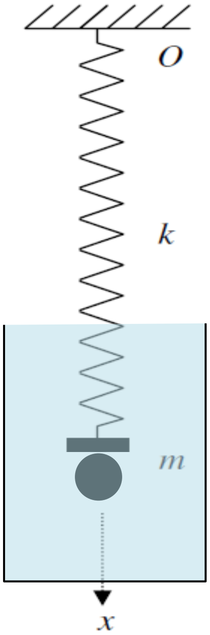
d) $\Delta Ec = e.U = 3,20.10^{-16}$ J.

e) $Ecf = ½.m.v^2 = 3,34.10^{-13}$ J. Pour atteindre cette valeur, il faut $Ecf/\Delta Ec = 2084 = N$ tours.

f) R = 20,9 cm.

Sujet

Oscillateur vertical amorti



On considère une bille homogène de masse m et de rayon R faible, suspendue à un ressort vertical de masse négligeable et de raideur k.
Cette sphère est plongée dans un liquide de masse volumique ρ et de coefficient de viscosité η. Lorsque elle est animée d'une vitesse $\vec{v}$, elle est soumise, de la part du fluide, en plus de la poussée d'Archimède, à une force de frottement $\vec{f}$ donnée par la loi de Stokes : $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$.
On négligera les interactions éventuelles entre le ressort et le liquide.
L'extrémité supérieure du ressort est fixe et attachée au point O. Soit l'axe (Ox), vertical et orienté vers le bas. La position de l'extrémité libre du ressort est repérée par son abscisse x.
Soit $l_0 = x_0$ la longueur à vide du ressort et $l_{eq} = x_{éq}$ sa longueur lorsque la masse m accrochée au ressort est à l'équilibre.

1. Déterminer $x_{éq}$.

2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par x à un instant t quelconque au cours du mouvement. La mettre sous la forme $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{eq}$. Exprimer λ et ω_0.

3. A quelle condition portant sur k, constante de raideur du ressort, obtient-on des oscillations ? Donner alors leur pseudo pulsation ω. (On pourra poser $k_0 = (3\pi\eta R)^2/\rho V$)

4. Qu'observe-t-on en l'absence de frottement (dans le vide ou dans l'air) ?

5. Exprimer le coefficient de viscosité η en fonction de ω et ω_0. Comment pourrait-on déterminer expérimentalement η.

CORRIGE

1) Dans R galiléen, la masse m est soumise à : - son poids : $mg\overrightarrow{u_x}$ - la poussée d'Archimède : $-\rho Vg\overrightarrow{u_x}$ - la force de rappel du ressort : $-k(x-x_0)\overrightarrow{u_x}$ (- la force de frottement : $\vec{f} = -6\pi\eta R\dot{x}\overrightarrow{u_x}$) A l'équilibre, on a $0 = mg - \rho Vg - k(x_{eq} - x_0)$ d'où $\boxed{x_{eq} - x_0 = (m-\rho V)g/k}$	3
2) En appliquant la deuxième loi de Newton, on obtient l'équation différentielle : $m\ddot{x} = (m - \rho V)g - k(x - x_0) - 6\pi\eta R\dot{x}$ D'où avec le résultat du 1 : $m\ddot{x} = - k(x - x_{eq}) - 6\pi\eta R\dot{x}$ soit encore : $\boxed{\ddot{x} + \frac{6\pi\eta R}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}\left(x - x_{eq}\right) = 0}$ On peut poser $\lambda = 3\pi\eta R/\rho V$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	2
3. Le mouvement est pseudopériodique si le discriminant de l'équation caractéristique de l'équation homogène est négatif donc $\Delta' = \lambda^2 - \omega_1^2 = (3\pi\eta R)^2 m^2 - k/m < 0$ ou $\boxed{k > k_0 = (3\pi\eta R)^2/m}$ La pseudopulsation est la partie imaginaire positive des solutions de l'équation caractéristique soit $\omega = \sqrt{\lvert\Delta'\rvert}$ $\boxed{\omega = \sqrt{(k - k_0)/m}}$	3
4. On obtient : $\ddot{x} + \frac{k}{m}\left(x - x_{eq}\right) = 0$ D'où des oscillations libres non amorties de la sphère à la pulsation propre $\boxed{\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{k/m}}$ et $T_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$	1
5. $\omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2$ d'où $\omega_0^2 - \omega^2 = (3\pi\eta R)^2 / m^2$ On a donc : $\boxed{\eta = (m/3\pi R)\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}$ Protocole : on mesure T et T_0….	1
	10

Sujet

ELECTROMAGNETISME

Une plaque infinie d'épaisseur h est chargée uniformément par la densité volumique de charge $\rho_p > 0$. On note ε_o la permittivité du vide, et (xOy) est le plan situé au milieu de la plaque. Un point M quelconque de l'espace sera repéré par ses coordonnées cylindriques (ρ, φ, z), liées à la base cylindrique $\mathcal{B}_{]\dagger\updownarrow} = (\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_z})$.

1- **a)** Déduire de l'étude des symétries et des invariances la ou les directions du champ électrostatique $\overrightarrow{E}_p$ ainsi que la ou les variables dont il peut dépendre.

b) Que peut-on dire pour le champ électrostatique en un point M du plan situé au milieu de la plaque ? Justifier et conclure.

c) Donner l'énoncé mathématique du théorème de Gauss et préciser la surface de gauss choisie.

d) Le calcul permet de montrer que le champ électrique s'écrit :

$$\overrightarrow{E}_{p(\text{int})}\left(|z| < \frac{h}{2}\right) = \frac{\rho_p z}{\varepsilon_o}\,\overrightarrow{e_z} \text{ et } \overrightarrow{E}_{p(\text{ext})}\left(|z| > \frac{h}{2}\right) = \frac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\,\frac{|z|}{z}\,\overrightarrow{e_z}$$

En déduire l'expression du potentiel électrostatique $V_p(M)$. On prendra l'origine des potentiels pour $z = 0$.

e) Que devient l'expression de $\overrightarrow{E}_p$ dans le cas où son épaisseur devient négligeable devant toutes les autres dimensions ? Donner alors l'expression de la densité surfacique de charge équivalente σ.

2- Déduire de la question précédente l'expression du champ électrostatique $\overrightarrow{E}_n(M)$ en tout point M de l'espace créés par une plaque infiniment mince, chargée uniformément en surface par la densité surfacique de charges $-\sigma$.

3- On considère maintenant l'association de deux plaques infiniment minces, chargées respectivement par $+\sigma$ et $-\sigma$, centrées respectivement en $z = +a$ et $z = -a$.

a) Déduire des questions précédentes l'expression du champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ résultant, en tout point M de l'espace.

b) Représenter les variations de la mesure algébrique du champ électrostatique résultant

Corrigé

Détermination de la capacité d'un condensateur

1- a) Tous les plans passant par M et perpendiculaire à la plaque sont des Π^+. Comme $\vec{E}$ est un vecteur polaire, il appartient à Π^+. Donc $\vec{E}(M)$ appartient à tous les Π^+, et finalement, $\vec{E}(M) = E_z(M)\vec{e_z}$.

Toute translation de $\Delta\rho$ de M ou toute rotation de $\Delta\varphi$ de M laissent le système $(\mathcal{D}, M)$ invariant. Par application du principe de Curie, $\|\vec{E}\|$ est indépendant de ρ et φ.

Finalement, $\vec{E}(M) = E_z(z)\vec{e_z}$.

b) C'est un plan de symétrie également : le champ doit appartenir aussi à ce plan ! Finalement, $\vec{E}(M \in xOy) = \vec{0}$ et $\vec{E}(z) = -\vec{E}(-z)$

c) $\displaystyle\oiint_S \vec{E}(M)\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S = \frac{Q_{\text{int à S}}}{\varepsilon_o}$

Cylindre de hauteur $2z$ (donc passant par M), d'axe Oz et de rayon R. Le flux à travers la surface latérale est nul, et les flux à travers les deux surfaces de base sont égaux car $\vec{E}(z) = -\vec{E}(-z)$.

d) $\vec{E}_p(M) = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\ V_p(M)$ et $\Delta V_p(M) = V_p(M) - V_p(M_o) = -\displaystyle\oint_{M_o}^{M} \vec{E}_p(M)\cdot\vec{\mathrm{d}\ell}$

- Si $|z| < \dfrac{h}{2}$: $V_p(M) - V_p(M_o \in xOy) = V_p(M) - 0 = -\displaystyle\oint_{z=0}^{z} \frac{\rho_p z}{\varepsilon_o}\,\mathrm{d}z = -\frac{\rho_p z^2}{2\varepsilon_o}$
- Si $z > \dfrac{h}{2}$: $V_p(M) - V_p(M_o \in xOy) = V_p(M) - 0 = -\displaystyle\oint_{z=0}^{\frac{h}{2}} \frac{\rho_p z}{\varepsilon_o}\,\mathrm{d}z - \oint_{\frac{h}{2}}^{z} \frac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\,\mathrm{d}z$

  donc $V\left(z > \dfrac{h}{2}\right) = -\dfrac{\rho_p}{2\varepsilon_o}\left(\dfrac{h}{2}\right)^2 - \dfrac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\left(z - \dfrac{h}{2}\right) = -\dfrac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\left(z - \dfrac{h}{4}\right)$
- Si $z < -\dfrac{h}{2}$: $V_p(M) - V_p(M_o \in xOy) = V_p(M) - 0 = -\displaystyle\oint_{z=0}^{-\frac{h}{2}} \frac{\rho_p z}{\varepsilon_o}\,\mathrm{d}z - \oint_{-\frac{h}{2}}^{z} -\frac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\,\mathrm{d}z$ donc $V\left(z < -\dfrac{h}{2}\right) = -\dfrac{\rho_p}{2\varepsilon_o}\left(-\dfrac{h}{2}\right)^2 + \dfrac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\left(z + \dfrac{h}{2}\right) = \dfrac{\rho_p h}{2\varepsilon_o}\left(z + \dfrac{h}{4}\right)$.

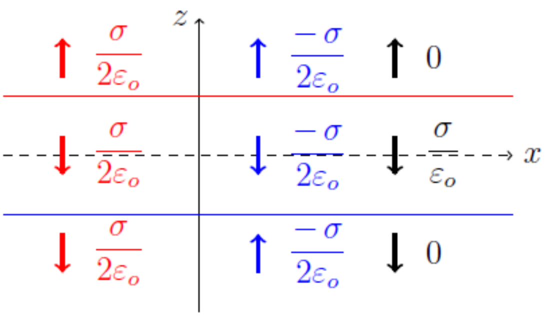
e) La densité équivalente de charge est $\sigma = \rho_c h$ (charge constante : $Q = \rho_c S h = \sigma S$).

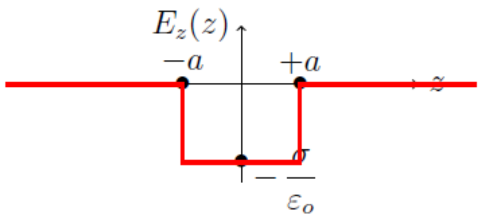
Alors, $\vec{E}_p(z) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\dfrac{|z|}{z}\vec{e_z}$

2- a) $\vec{E}_n(z) = \dfrac{-\sigma}{2\varepsilon_o}\dfrac{|z|}{z}\vec{e_z}$

3- a)

b)





Sujet - Thermodynamique

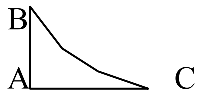
Un des premiers moteurs deux temps fonctionne de la manière suivante :

- L'air et le carburant sont admis dans le cylindre ; à la fin de la phase d'admission, l'air se trouve dans l'état A (P_A, V_A , T_1).
- La combustion du carburant (explosion) provoque une augmentation brutale de la pression à volume constant et fournit un transfert thermique Q_1. A la fin de cette phase, les gaz résiduels sont dans l'état B (P_B , $V_B = V_A$, T_2).
- Les gaz se détendent ensuite de manière adiabatique jusqu'à l'état C ($P_C = P_A$, V_C , T_3), les paramètres étant en permanence connus (suite d'états d'équilibre thermodynamique internes).
- Enfin les gaz s'échappent du cylindre à pression constante P_A et un nouveau cycle recommence à partir de l'état A.

On néglige la quantité de matière de carburant et on assimile l'air et les gaz brûlés à un gaz parfait tel que $\gamma = 1{,}4$.
Soit n la quantité de gaz effectuant un cycle.

1. Représenter, sur un diagramme (P , V) le cycle de transformations ABCA des gaz (air ou gaz brûlés) dans le cylindre.
2. Calculer le travail W échangé par une mole de gaz au cours d'un cycle en fonction de R, γ, T_1 , T_2 , T_3.
3. Le rendement η du moteur est défini par $\eta = \dfrac{W_{\text{fourni}}}{Q_{\text{reçue}}} = \dfrac{-W_{\text{reçu}}}{Q_{\text{reçue}}}$. Montrer que $\eta = 1 - \gamma \dfrac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1}$.
4. Quelle relation existe entre P et V au cours de la détente ? Exprimer η en fonction de γ et du taux de compression $a = V_C/V_A$.

Corrigé – Thermodynamique

1. 	**1**
2. Calcul direct de W : $W_{AB} = 0$; $Q_{BC} = 0$ donc $W_{BC} = \Delta U = C_v\Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2)$ $W_{CA} = -P_A\,\Delta V = P_CV_C - P_AV_A = nR(T_3 - T_1)$ (On a $T_{A1} < T_3 < T_2$) $\boxed{W = nR\left(\frac{T_3 - T_2}{\gamma - 1} + T_3 - T_1\right)}$	**3**
3. $\eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{reçue}} = \frac{-W_{reçu}}{Q_1}$ avec $Q_{AB} = Q_1 = \Delta U$ (isochore) $= C_v\Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$ D'où $\eta = \boxed{-\frac{\gamma T_3 - T_2 + (1-\gamma)T_1}{T_2 - T_1}}$ $\boxed{\eta = 1 - \gamma\frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1}}$ *On peut aussi faire un bilan énergétique du cycle qui conduit à* η $\eta = 1 + \frac{Q_{CA}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{\Delta H_{CA}}{\Delta U_{AB}} = 1 + \frac{C_P(T_1 - T_3)}{C_V(T_2 - T_1)}$ *CQFD*	**3**
4. Le long de l'adiabatique réversible gaz parfait : PV^γ = cste d'où $\frac{P_B}{P_C} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^\gamma = a^\gamma$ $\eta = 1 - \gamma\frac{(T_3/T_1) - 1}{(T_2/T_1) - 1}$ Isochore : $T_2/T_1 = \frac{P_B}{P_A} = a^\gamma$ Isobare : $T_3/T_1 = \frac{V_C}{V_A} = a$ $\boxed{\eta = 1 - \gamma\frac{a - 1}{a^\gamma - 1}}$	**3**
	10

PHYSIQUE

Sujet

OPTIQUE

Un miroir plan de largeur ℓ = 40 cm et placé perpendiculairement à un écran E, celui-ci étant en contact avec le bord O du miroir.

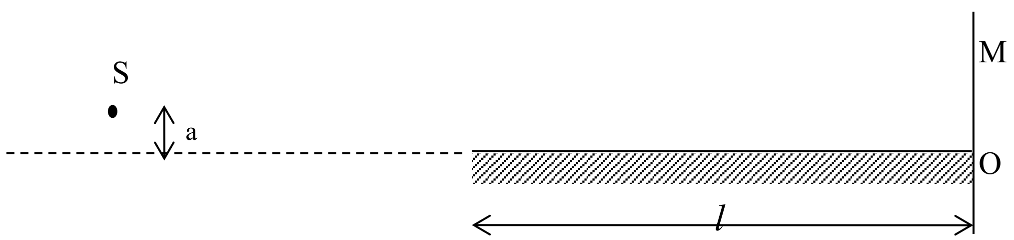
On éclaire le miroir par une fente source parallèle au miroir et dont l'intersection avec le plan de la figure est S, situé à une faible distance a = 1,5 mm du plan du miroir et à une distance D = 70 cm de l'écran.

1) Construire l'image du point S par le miroir et construire deux rayons issus de S et arrivant en un point M situé sur l'écran, dans le plan de la figure tel que OM = x, l'un des rayons étant direct, l'autre ayant subi une réflexion sur le miroir.

2) Sachant que la réflexion sur le miroir provoque un déphasage supplémentaire de π entre le rayon réfléchi et le rayon incident, exprimer la différence de marche entre les deux rayons issus de S et arrivant au point M situé sur l'écran tel que OM = x, l'un direct, l'autre ayant subi une réflexion sur le miroir.
(On pourra utiliser directement le résultat du calcul de δ d'un dispositif interférentiel très connu).

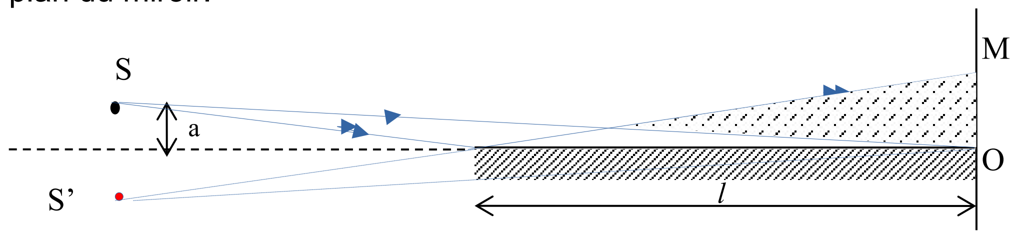
3) La lumière issue de la fente source est monochromatique de longueur d'onde λ = 0,60 μm.
Ecrire la loi I(x) donnant l'intensité sur l'écran E, en M. On considèrera que l'intensité de la lumière réfléchie par le miroir est égale à celle de la lumière directe.
Quelle est la forme des franges observées ?
A quelle distance de O se trouve la 5ème frange brillante ?

4) Quel est le nombre de franges visibles sur l'écran ?



Corrigé

1) Construction : S’ image de S par le miroir est le symétrique de S par rapport au plan du miroir.



2) Calculer la différence de marche entre deux rayons issus de S et S’arrivant en M

S’ image de S (distance 2a) : $\delta = 2ax/D + \lambda/2$(réflexion)

$$\delta = \frac{2ax}{D} + \frac{\lambda}{2}$$

3) $I = 2I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{4\pi ax}{\lambda D} + \pi\right)\right) = 2I_0\left(1 - \cos\left(\frac{4\pi ax}{\lambda D}\right)\right)$

Franges rectilignes // miroir ; frange sombre pour x = 0

A quelle distance de O se trouve la 5ème frange brillante ?

i = □D/2a = 0,14 mm ; 1ère frange claire à 0,07 mm puis 5ème à 0,63 mm

4) Quel est le nombre de franges visibles sur l’écran ?

Il faut déterminer la zone de l’écran qui est éclairée par réflexion : soit x_{max} la limite.

$\frac{x_{max}}{l} = \frac{a}{D-l}$; $x_{max} = \frac{al}{D-l}$ = 2 mm = 14,3 i On observe 13 franges brillantes